２０２３年度
一般入試Ⅱ　試験問題

数学（５０分）

（全10ページ）

＜注意＞

1. 試験開始の指示があるまで、この問題冊子・解答用紙を開けてはいけません。

2. 試験開始の指示と同時に、解答用紙に受験番号と氏名を書きなさい。

3. 試験開始後、問題冊子がそろっていなかったり、印刷がはっきりしないところがあったら、手をあげて試験監督に知らせなさい。

4. 解答はすべて解答用紙の指定されたところに書きなさい。

5. 答えに分数が含まれるときは、分数はそれ以上約分できない形で表しなさい。$\dfrac{6}{10}$ と答えるのではなく、$\dfrac{3}{5}$ と答えます。

6. 答えに根号が含まれるときは、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。$\sqrt{12}$ と答えるのではなく、$2\sqrt{3}$ と答えます。

東京純心女子高等学校

1　次の各問いに答えよ。

〔問1〕 $7-3^2\div\left(-\frac{3}{4}\right)\times4$ 　を計算せよ。

〔問2〕 $\frac{4a+1}{3}-\frac{a-2}{4}$ 　を計算せよ。

〔問3〕 $(\sqrt{7}+\sqrt{8})(-\sqrt{7}+\sqrt{8})$ 　を計算せよ。

〔問4〕 一次方程式　$0.2x+3=1.1x$ 　を解け。

〔問5〕 連立方程式　$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 3x-4y=13 \end{cases}$ 　を解け。

〔問6〕 二次方程式　$2x^2-6x+3=0$　を解け。

〔問7〕 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 6$ のときの y の変域が $-72\leqq y\leqq 0$ である。このとき，a の値を求めよ。

〔問8〕 次の $\boxed{}$ の中の「あ」「い」「う」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

1 から 6 までの目の出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

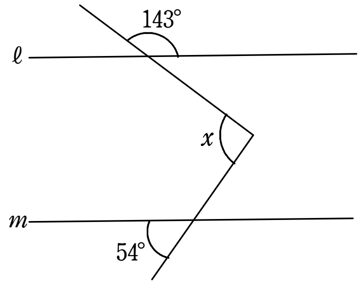
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，a と b の和が 5 の倍数になる確率は，$\dfrac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{いう}}}$ である。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問9〕 次の $\boxed{}$ の中の「え」「お」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の図1で $\ell /\!/ m$ のとき，x で示した角の大きさは，$\boxed{\text{えお}}$ 度である。

図1



□2 純子さんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問いに答えよ。

［ 先生が示した問題 ］
r を正の数，n を自然数とする。
右の図1のように，半径が r cm，中心角が60° のおうぎ形をした図形がある。
この図形を辺と辺がぴったりと触れるように向きを交互に変えて n 枚並べていく。
右の図2は $n=4$ の場合を示している。
n 枚並べたときの，図形の周の長さを L cm とし，L を r，n を用いて表しなさい。

図1

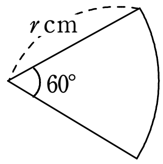
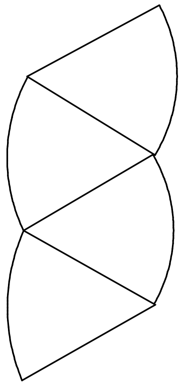


図2



［問1］ 次の $\boxed{①}$ と $\boxed{②}$ にあてはまる式を下の ア～エ のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

［ 先生が示した問題 ］ で $n=1$ のときの L を r を用いて表すと $\mathrm{L}=\boxed{①}$ ，
n 枚並べたときの L を r，n を用いて表すと $\mathrm{L}=\boxed{②}$ となる。

$\boxed{①}$ ア $\dfrac{\pi r}{3}$ イ $\dfrac{\pi r^2}{6}$ ウ $\dfrac{\pi r}{3}+2r$ エ $\dfrac{\pi r}{6}+2r$

$\boxed{②}$ ア $\left(\dfrac{\pi}{3}+2\right)rn$ イ $\left(\dfrac{\pi}{3}n+2\right)r$ ウ $\left(\dfrac{\pi}{6}+2\right)rn$ エ $\left(\dfrac{\pi}{6}n+2\right)r$

純子さんのグループは，［ 先生が示した問題 ］をもとにして，おうぎ形の辺と辺の触れる位置を変えて問題を考えた。

［ 純子さんのグループが作った問題 ］
r を正の数，n を自然数とする。
右の図3のように，半径が r cm，中心角が60° のおうぎ形をした図形がある。
この図形を辺と辺がぴったりと触れるように $\dfrac{r}{2}$ cm ずつずらし，向きを交互に変えて，すき間なく n 枚並べていく。
右の図4は $n=3$ の場合を示している。
図3の図形の周の長さを ℓ cmとし，n 枚並べたときの，図形の周の長さを M cm とするとき，M を ℓ，r，n を用いて表すと
$\mathrm{M}=(\ell-r)n+r$ となることを確かめてみよう。

図3

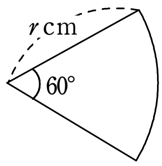
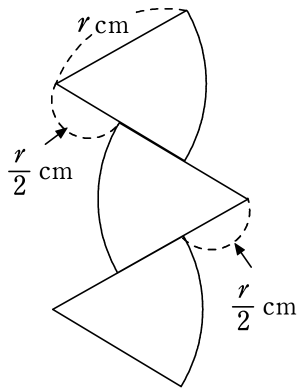


図4



〔問2〕［ 純子さんのグループが作った問題 ］を次のように証明した。$\boxed{か}$ から $\boxed{く}$ にあてはまる文字式を，ℓ，r，n のうち必要な文字を用いて答えよ。ただし，式は同類項を整理して最も簡単な式で答えること。

証明　$n = 1$ のときの図形の周の長さは ℓ cm である。

並べるおうぎ形 が1枚増えると，周の長さは $\boxed{か}$ cm ずつ増える。

おうぎ形を n 枚並べた場合に，$\boxed{か}$ cm ずつの増加が（ $\boxed{き}$ ）回起こるので，図形の周の長さ M は，

$$M = \ell + \left(\boxed{か}\right) \times \left(\boxed{き}\right)$$

と表せる。

これを n について整理すると

$$M = \left(\boxed{く}\right) n + r$$

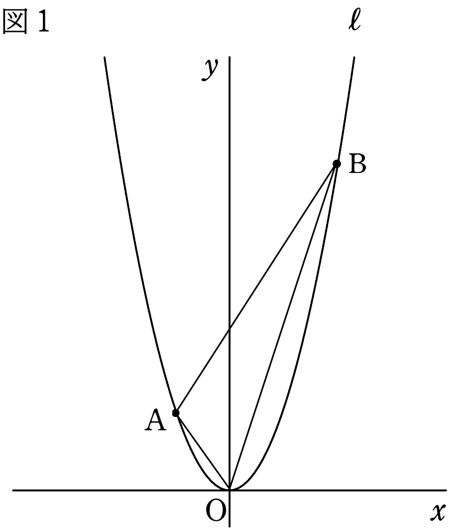
となる。　終

3 右の図1で，点Oは原点，曲線ℓは関数$y=\frac{3}{4}x^2$のグラフを表している。

点Aと点Bは曲線ℓ上にあり，x座標はそれぞれ-2と4である。

次の各問いに答えよ。

図1



〔問1〕 次の$\boxed{①}$と$\boxed{②}$に当てはまる数を，下のア～エのうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

直線ABの方程式は

$y=\boxed{①}x+\boxed{②}$

である。

$\boxed{①}$	ア $-\frac{9}{2}$	イ $-\frac{5}{3}$	ウ $\frac{3}{2}$	エ $\frac{15}{2}$
$\boxed{②}$	ア 6	イ $\frac{13}{2}$	ウ 7	エ $\frac{15}{2}$

〔問2〕 次の「け」「こ」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

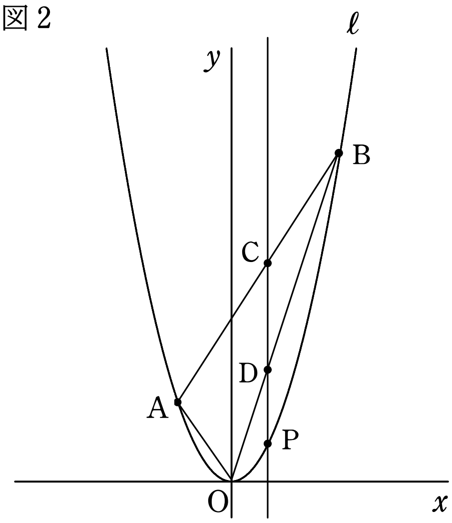
△OABの面積は$\boxed{けこ}$である。

〔問 3〕　曲線 ℓ 上にあり，x 座標が 0 以上 4 以下である点を P とする。

図 2 は，点 P を通り y 軸に平行な直線が線分 AB と交わる点を C，線分 OB と交わる点を D とした場合を表している。

△ BCD の面積が△ OAB の面積の $\frac{3}{8}$ 倍のとき，点 P の x 座標を求めよ。

図 2

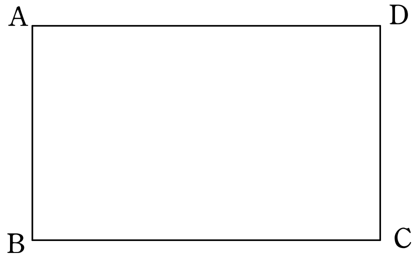


4 右の図1で，四角形 ABCD は 長方形である。

図2は，この長方形 ABCD を，頂点 C が辺 AD 上に重なるように折り曲げ，辺 CD 上の折り目を点 E，頂点 C が辺 AD 上に重なった点を F とした場合を表している。

次の各問いに答えよ。

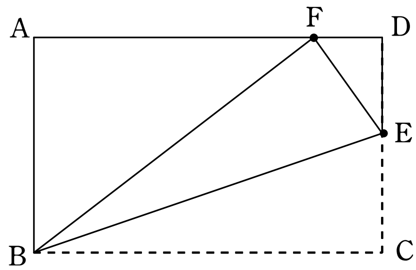
図1



〔問1〕 図2において，∠ FBE ＝ a° とするとき，∠ EFD の大きさを a を用いて表す式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア （ $90-a$ ）度　　イ （ $90+a$ ）度
ウ （ $90-2a$ ）度　　エ （ $90+2a$ ）度

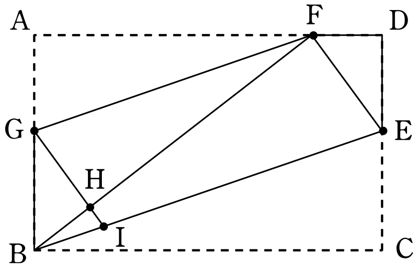
図2



〔問2〕 右の図3は，図2において，頂点 A が線分 BF 上に重なるように折り曲げ，辺 AB 上の折り目を点 G，頂点 A が線分 BF 上に重なった点を H，直線 GH と線分 BE の交点を I とした場合を表している。

次の（1），（2）に答えよ。

図3



（1） △ DEF ≡ △ HGB であることを証明した。

次の証明中の ① から ④ に当てはまる式や記号を記入して，証明を完成せよ。

証明 △ DEF と△ HGB において，辺 FD と 辺 BH，および，その両端の角がそれぞれ等しいことを，次の（I），（II），（III） に分けて証明する。

（I）

長方形の対辺は等しく，線分 BE に関して折り曲げたので，

AD ＝ BC ＝ ①

線分 GF に関して折り曲げたので，

AF ＝ ②

ここで

$$\mathrm{FD} = \mathrm{AD} - \mathrm{AF}$$

$$\mathrm{BH} = \boxed{\text{①}} - \boxed{\text{②}}$$

なので

$$\mathrm{FD} = \mathrm{BH} \cdots\cdots \text{(i)}$$

（Ⅱ）

$\angle \mathrm{GHF} = 90°$ であるから

$$\angle \mathrm{EDF} = \angle \boxed{\text{③}} = 90° \cdots\cdots \text{(ii)}$$

（Ⅲ）

$\angle \mathrm{GBH}$ の大きさを，〔問 1〕の a を用いて表すと，

（$\boxed{\text{④}}$）度となる。

これより

$$\angle \mathrm{EFD} = \angle \mathrm{GBH} \cdots\cdots \text{(iii)}$$

（i），（ii），（iii）より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle \mathrm{DEF} \equiv \triangle \mathrm{HGB}$$ 終

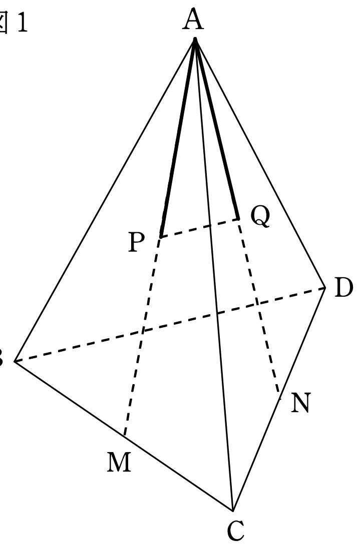
(2)　次の $\boxed{}$ の中の「さ」「し」「す」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図 1 において，AB = 6 cm，AD = 10 cm とする。

このとき，図 3 の四角形 EFGI の面積は $\dfrac{\boxed{\text{さし}}}{\boxed{\text{す}}}$ cm^2 である。

5 右の図 1 に示した立体 A－BCD は,
AB ＝ AC ＝ AD ＝ 12 cm ,
BC ＝ CD ＝ DB ＝ 8 cm の正三角錐である。
　点 M は辺 BC の中点，点 N は辺 CD の中点，点 P は線分 AM の中点，点 Q は線分 AN の中点である。
　頂点 A と点 P，頂点 A と点 Q，点 P と点 Q を結ぶ。
　次の各問いに答えよ。

図 1



〔問 1〕 次の $\boxed{}$ の中の「せ」「そ」「た」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

△ APQ の周の長さは
$\left(\boxed{せ}\sqrt{\boxed{そ}} + \boxed{た}\right)$ cm である。

〔問 2〕 次の $\boxed{}$ の中の「ち」「つ」「て」「と」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

　右の図 2 は，図 1 において，点 P と頂点 C，点 Q と頂点 C をそれぞれ結んだ場合を表している。
　このとき，立体 C－APQ の体積は
$\dfrac{\boxed{ち}\sqrt{\boxed{つて}}}{\boxed{と}}$ cm^3 である。

図 2