２０２３年度
一般入試Ⅰ　試験問題

数学（５０分）

（全10ページ）

＜注意＞

1．試験開始の指示があるまで、この問題冊子・解答用紙を開けてはいけません。

2．試験開始の指示と同時に、解答用紙に受験番号と氏名を書きなさい。

3．試験開始後、問題冊子がそろっていなかったり、印刷がはっきりしないところがあったら、手をあげて試験監督に知らせなさい。

4．解答はすべて解答用紙の指定されたところに書きなさい。

5．答えに分数が含まれるときは、分数はそれ以上約分できない形で表しなさい。$\dfrac{6}{10}$ と答えるのではなく、$\dfrac{3}{5}$ と答えます。

6．答えに根号が含まれるときは、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。$\sqrt{12}$ と答えるのではなく、$2\sqrt{3}$ と答えます。

東京純心女子高等学校

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ。

〔問1〕 $-4^2 \times \dfrac{1}{8} + 7$ を計算せよ。

〔問2〕 $\dfrac{2a+b}{3} - \dfrac{a-3b}{6}$ を計算せよ。

〔問3〕 $(3-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$ を計算せよ。

〔問4〕 一次方程式 $-2x+1=5(x-4)$ を解け。

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} 3x+y=2 \\ -x+5y=26 \end{cases}$ を解け。

〔問6〕 二次方程式 $5x^2+4x-2=0$ を解け。

〔問7〕 次の $\boxed{}$ の中の「あ」「い」「う」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

1から6まで目の出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$a+b \geqq 9$ となる確率は，$\dfrac{\boxed{あ}}{\boxed{いう}}$ である。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

［問 8］ 次の $\boxed{\quad}$ の中の「え」に当てはまる数字を答えよ。

右の表は，ある中学校の生徒 35 人が，試験を受けたとき，得点ごとの人数を整理したものである。問題は 1 問 につき 1 点で， 10 問であった。

得点の第 1 四分位数は $\boxed{\text{え}}$ 点である。

得点（点）	人数（人）
0	3
1	1
2	2
3	4
4	2
5	6
6	8
7	4
8	3
9	1
10	1
計	35

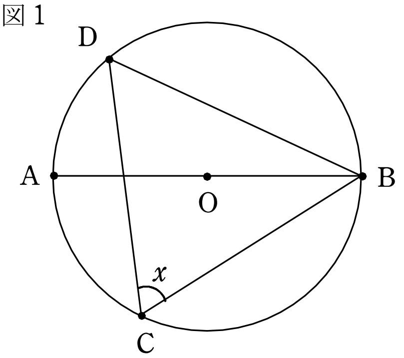
［問 9］ 次の $\boxed{\quad}$ の中の「お」「か」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の図 1 で点 O は線分 AB を直径とする円の中心であり，2 点 C，D は円 O の周上にある点である。

4 点 A，B，C，D は図 1 のように A，C，B，D の順に並んでおり，互いに一致しない。

点 B と点 D，点 D と点 C，点 C と点 B をそれぞれ結ぶ。点 B を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$，$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ について，$\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : \overset{\frown}{\mathrm{AD}} = 4 : 3$，$\mathrm{BD} = \mathrm{CD}$ のとき，x で示した $\angle\mathrm{BCD}$ の大きさは $\boxed{\text{おか}}$ 度である。

図 1



2 純子さんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問いに答えよ。

> ［　先生が示した問題　］
> 2 桁の自然数 P について，P の十の位の数の 2 倍と一の位の数を加えた値を Q とし，P−Q の値を考える。
> 例えば，$\mathrm{P}=73$ のとき，$\mathrm{Q}=7\times2+3=17$ となり，$\mathrm{P}-\mathrm{Q}=73-17=56$ となる。
> $\mathrm{P}=93$ のときの P−Q の値と，$\mathrm{P}=27$ のときの P−Q の値を加えた和を求めなさい。

〔問 1〕 次の $\boxed{}$ の中の「き」「く」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

［　先生が示した問題　］で，$\mathrm{P}=93$ のときの P−Q の値と，$\mathrm{P}=27$ のときの P−Q の値を加えた和は，$\boxed{\text{きく}}$ である。

純子さんのグループは，［　先生が示した問題　］をもとにして，次の問題を考えた。

> ［　純子さんのグループが作った問題　］
> 3 桁の自然数 X について，X の百の位の数の 4 倍，十の位の数の 2 倍，一の位の数を加えた値を Y とし，X−Y の値を考える。
> 例えば，$\mathrm{X}=315$ のとき，$\mathrm{Y}=3\times4+1\times2+5=19$ となり，$\mathrm{X}-\mathrm{Y}=315-19=296$ となる。
> また，$\mathrm{X}=975$ のとき，$\mathrm{Y}=9\times4+7\times2+5=55$ となり，$\mathrm{X}-\mathrm{Y}=975-55=920$ となる。どちらも，X−Y の値は 8 の倍数となる。
> 3 桁の自然数 X について，X−Y の値が 8 の倍数となることを確かめてみよう。

〔問 2〕 ［　純子さんのグループが作った問題　］で，3 桁の自然数 X の百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とし，X，Y をそれぞれ a，b，c を用いた式で表し，X−Y の値が 8 の倍数となることを証明した。

次の証明中の $\boxed{\text{①}}$ から $\boxed{\text{⑤}}$ に当てはまる式や数を記入して証明を完成せよ。
ただし，式は同類項を整理して最も簡単な式で答えること。

証明　X，Y を，それぞれ a，b，c を用いた式で表すと

$$X = \boxed{①}$$

$$Y = \boxed{②}$$

となる。

X－Y を計算すると，

$$X - Y = (\boxed{①}) - (\boxed{②})$$

$$= \boxed{③}$$

$$= \boxed{④} \times (\boxed{⑤})$$

$\boxed{⑤}$ は整数であるから，$\boxed{④} \times (\boxed{⑤})$ は 8 の倍数である。

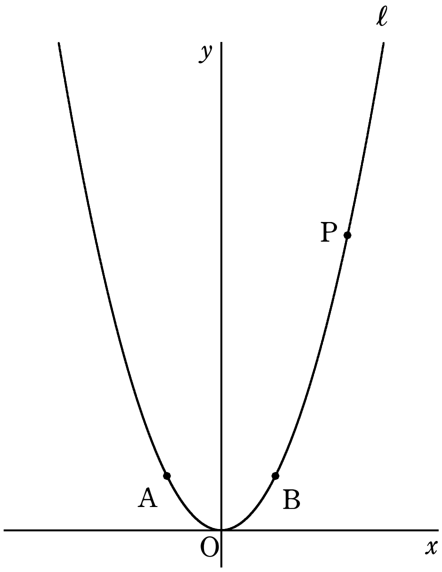
したがって，X－Y は 8 の倍数となる。　終

3 右の図1で，点Oは原点，曲線ℓは関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフを表している。

点Aと点Bは曲線ℓ上にあり，x座標はそれぞれ-3と3である。曲線ℓ上にある点をPとする。

次の各問いに答えよ。

図1



［問1］ 次の$\boxed{①}$と$\boxed{②}$に当てはまる数を，下の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

点Pのx座標をa，y座標をbとする。

aのとる値の範囲が$-2 \leqq a \leqq 4$のとき，bのとる値の範囲は

$\boxed{①} \leqq b \leqq \boxed{②}$

である。

$\boxed{①}$ **ア** $-\frac{1}{3}$ **イ** $\frac{1}{3}$ **ウ** 0 **エ** $\frac{4}{3}$

$\boxed{②}$ **ア** 0 **イ** $\frac{4}{3}$ **ウ** 2 **エ** $\frac{16}{3}$

［問2］ 次の$\boxed{③}$と$\boxed{④}$に当てはまる数を，下の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

点Pのx座標が9のとき，2点A，Pを通る直線の式は，

$y=\boxed{③}x+\boxed{④}$

である。

$\boxed{③}$ **ア** $\frac{4}{3}$ **イ** 2 **ウ** $\frac{7}{3}$ **エ** 4

$\boxed{④}$ **ア** 5 **イ** 7 **ウ** 9 **エ** 11

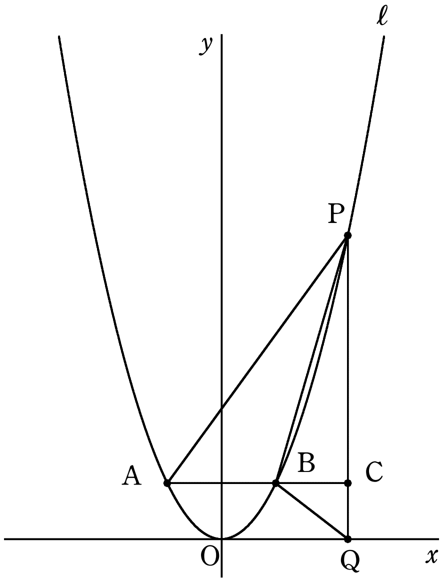
〔問3〕 図1で点Pのx座標は3より大きい数であるとする。

右の図2は，図1において，点Pとx座標が同じで，x軸上にある点をQ，直線ABと線分PQの交点をCとした場合を表している。

点Aと点P，点Bと点P，点Bと点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。

△PABの面積が△BQCの面積の$\dfrac{16}{3}$倍になるとき，点Pのx座標を求めよ。

図2



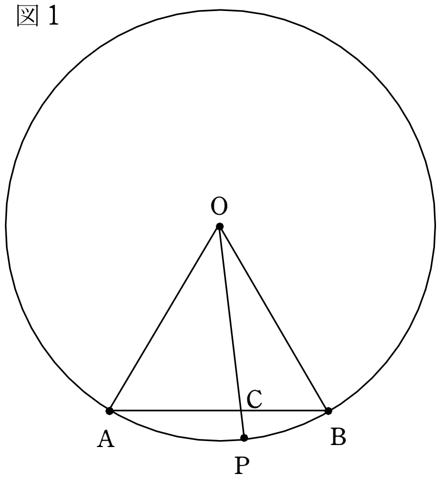
4 　右の図1で，点A，点Bは点Oを中心とする円周上の点であり，△OABは正三角形である。

点Pは，円周上の点で，直線ABに関して点Oと反対側にあり，点A，点Bのいずれにも一致しない。

点Oと点Pを結び，線分ABとの交点をCとする。

次の各問いに答えよ。

図1



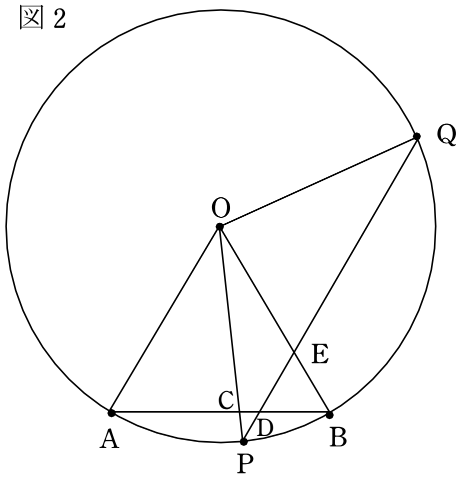
〔問1〕 図1において，∠POB $= a°$ とするとき，∠OCA の大きさを a を用いて表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $(180-a)$ 度　　**イ** $(90-a)$ 度　　**ウ** $(a+60)$ 度　　**エ** $(a+90)$ 度

〔問2〕 右の図2は，図1において，点Pを通り線分AOに平行な直線を引き，線分ABとの交点をD，線分OBとの交点をE，円周との交点をQとし，点Oと点Qを結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) △PCD ∽ △QOE であることを証明した。

次の証明中の $\boxed{\text{①}}$ から $\boxed{\text{⑥}}$ に当てはまる記号を記入して証明を完成せよ。

証明　△PCD と △QOE において，

△OPQ は $\boxed{\text{①}} = \boxed{\text{②}}$ の二等辺三角形だから

$\angle\boxed{\text{③}} = \angle\boxed{\text{④}}$ ………………… (i)

仮定から，AO // PQ より同位角は等しいから，$\angle EDB = 60°$ となる。

さらに，$\angle EBD = 60°$ なので，△EDB は正三角形である。

∠EDB と ∠DEB の対頂角をそれぞれ考えて，

$\angle\boxed{\text{⑤}} = \angle\boxed{\text{⑥}}$ ………………… (ii)

(i)，(ii) より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△PCD ∽ △QOE　終

(2) 次の $\boxed{}$ の中の「け」「こ」「さ」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図 2 において，OA = 6 cm，∠QOE = 90° となるとき，線分 CD の長さは

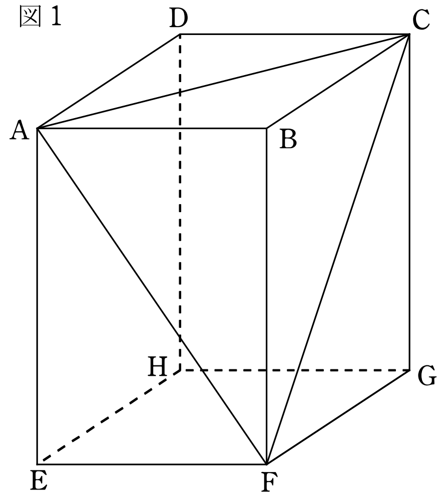
$\left(\boxed{\text{け}}\sqrt{\boxed{\text{こ}}} - \boxed{\text{さ}}\right)$ cm である。

5 右の図1に示した立体 ABCD−EFGH は，$AB = AD = 6$ cm，$AE = 3\sqrt{14}$ cm の直方体である。

頂点Aと頂点C，頂点Aと頂点F，頂点Cと頂点Fをそれぞれ結ぶ。

次の各問いに答えよ。

図1



〔問1〕 次の $\boxed{}$ の中の「し」「す」「せ」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

△ACF の面積は $\boxed{しす}\sqrt{\boxed{せ}}$ cm^2 である。

〔問2〕 次の $\boxed{}$ の中の「そ」「た」「ち」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の図2は，線分 AC 上に $AP : PC = 1 : 2$ となるような点P，線分 AF上に $AQ : QF = 2 : 1$ となるような点Qをとり，点Pと点B，点Pと点Q，点Qと点Bをそれぞれ結んだ場合を表している。

このとき，立体 P−AQB の体積は $\boxed{そ}\sqrt{\boxed{たち}}$ cm^3 である。

図2